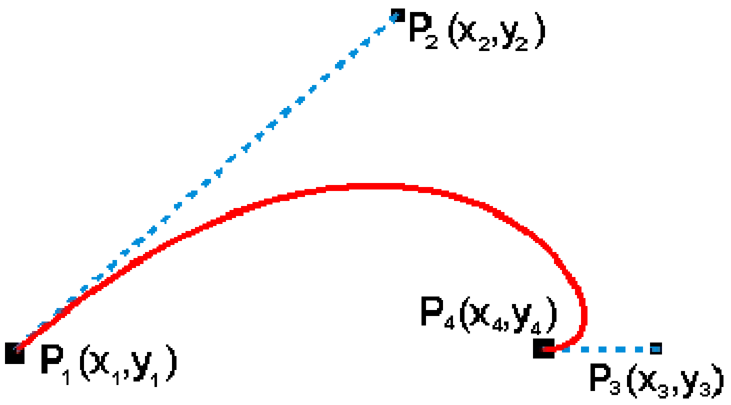
Krzywe Béziera

Ten rozdział będzie zawierał trochę trudniejszy materiał, mam jednak nadzieję, że zapoznasz się z nim w całości. Uważam jednak, iż omówienie rysowania krzywych w reprezentacji Béziera pozwoli na dokładniejsze zrozumienie w jaki sposób są rysowane obiekty w programie, a i pełne pojęcie kolejnych rozdziałów. Aby się nie powtarzać proszę jedynie o dokładne zapoznanie się z rozdziałem **"Rysunek rastrowy a wektorowy"**.

Opis krzywych Béziera

Pierre Bézier to francuski matematyk, pracownik firmy Renault. W ramach prac projektowych nad nowymi karoseriami samochodowymi opracował model opisu krzywych.
A teraz odrobina matematyki. Krzywe Béziera są parametrycznymi krzywymi trzeciego stopnia i znajdują szerokie zastosowanie w modelowaniu kształtu figur i powierzchni. Przykładem może tu być modelowanie kształtu nadwozi samochodów. Są one podstawą działania wszystkich poważniejszych programów do tworzenia i edycji rysunków wektorowych (Corel DRAW, Adobe Ilustrator).



Kształt krzywej Béziera jest określony czterema punktami: dwoma punktami krańcowymi krzywej (tzw. węzłami) (P1, P4) oraz dwoma punktami kontrolnymi (P2, P3). Krzywa interpoluje dwa krańcowe punkty krzywej i aproksymuje dwa punkty kontrolne.

Jeżeli oznaczymy współrzędne tych czterech punktów jako:

$P_1\ (x_1\ ,\ y_1),\ P_2\ (x_2\ ,y_2),\ P_3\ (x_3\ ,y_3),\ P_4\ (x_4\ ,y_4)$

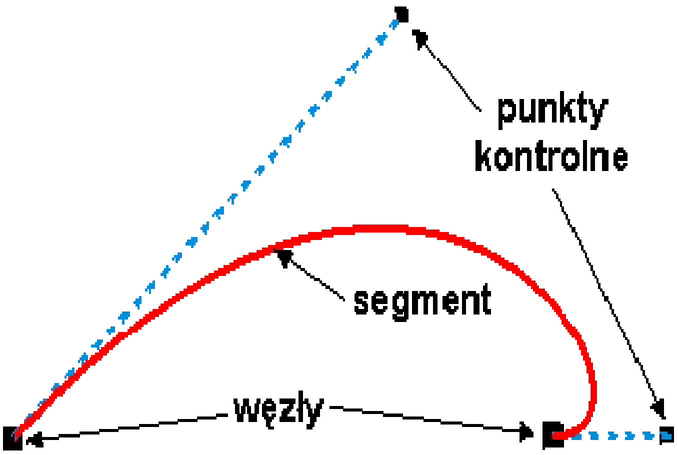
to kształt krzywej Béziera określają dwa równania parametryczne:

$$x_{(t)} = (1- t)_3\ x_1 + 3t\ (1- t)_2\ x_2 + 3t_2\ (1- t)\ x_3 + t_3\ x_4$$

$$y_{(t)} = (1- t)_3\ y_1 + 3t\ (1- t)_2\ y_2 + 3t_2\ (1- t)\ y_3 + t_3\ y_4$$

gdzie parametr t przybiera wartości z przedziału $0 \geq t \geq 1$

Węzły i punkty kontrolne

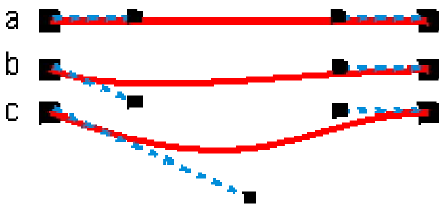


W programie CorelDRAW każdą krzywą (krzywą jest także okrąg, kwadrat, itp.) definiuje się jak już opisałem, podając węzły i punkty kontrolne. Istnieje także pojęcie segmentu w skład którego wchodzą dwa węzły (na jego końcach) i dwa punkty kontrolne. Ponieważ segmenty sąsiadują ze sobą, dlatego z każdym węzłem związane są tylko dwa punkty kontrolne.

Na krzywej możemy wykonać następujące czynności:

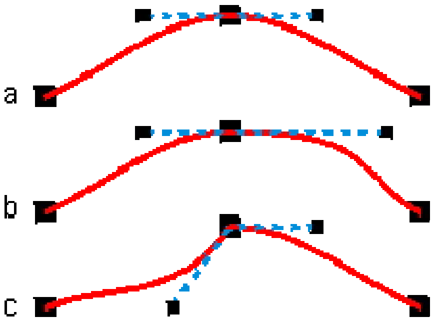
1. **przesunąć węzeł** - zmianie ulegnie wygląd jednego lub dwóch segmentów (gdy węzeł należał do dwóch segmentów),
2. **przesunąć punkt kontrolny** - zmieni się kształt jednego segmentu,
3. **dodać węzeł** - jeden segment zostanie podzielony na dwa segmentu, pomiędzy którymi znajdzie się dodany węzeł,
4. **usunąć węzeł** - zostaną usunięte także dwa punkty kontrolne, a dwa sąsiednie segmenty zostaną połączone w jeden segment, którego kształt będą określały pozostałe-sąsiednie punkty kontrolne,
5. **połączyć dwa końcowe węzły** - powstanie jeden węzeł z punktami kontrolnymi tak ustawionymi, aby przejście krzywej przez ten węzeł było "gładkie",
6. **przekształcić segment na prostą, krzywą, itp.** - powoduje to automatyczne ustawienie punktów kontrolnych w ten sposób, aby uzyskać żądany kształt.

Co to oznacza w praktyce? Otóż:



a. jeżeli chcesz uzyskać linię prostą to musisz tak ułożyć punkty kontrolne, aby leżały na linii łączącej oba węzły;
b. gdy przesuniesz jeden z punktów kontrolnych tak, aby nie leżał na prostej łączącej dwa węzły, to wtedy segment "wybrzuszy" się w taki sposób, by w węźle segment był styczny do linii łączącej węzeł z punktem kontrolnym;
c. gdy oddalisz punkt kontrolny od węzła, to krzywa będzie "łagodniej" przechodzić przez węzeł.

Możemy też wyróżnić trzy charakterystyczne sposoby łączenia segmentów krzywej:



a. **punkty kontrolne należące do węzła są symetryczne** - otrzymujemy wtedy gładkie przejście krzywej przez węzeł;

b. **punkty kontrolne należące do węzła są współliniowe i niesymetryczne** - krzywa dalej przechodzi gładko przez węzeł, ale po obu stronach węzła otrzymujemy inny przebieg "wybrzuszeń" krzywej;

c. **punkty kontrolne nie są współliniowe** - przejście krzywej przez węzeł nie jest gładkie, ponieważ sąsiednie segmenty będą styczne do różnych prostych.